EX1 :

dans le repère orthonormé $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ on a :

A(0,0,0) ; F(1,0,1) ; H(0,1,1) ; E(0,0,1) ; B(1,0,0) ; C (1,1,0) et G(1,1,1)

* $\overrightarrow{AG}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{FH}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AG}.\overrightarrow{FH} = -1+1+0 = 0$

* $\overrightarrow{AG}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{HC}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AG}.\overrightarrow{HC} = 1+0-1 = 0$

* $\overrightarrow{EG}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{GB}\begin{pmatrix}0\\-1\\-1\end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{EG}.\overrightarrow{GB} = 0-1+0 = -1$

* $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{HB}\begin{pmatrix}1\\-1\\-1\end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{HB} = 1+0+0 = 1$

EX2 :

1) * $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = \left\|\overrightarrow{AB}\right\|.\left\|\overrightarrow{AD}\right\|.\cos B\hat{A}D = 1\times 1\times \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

   - de même $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}$

2) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}.(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AD}) = \overrightarrow{AB}.(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}-\frac{1}{2} = 0$

3) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} = 0$ d'où les droites (AB) et (CD) sont orthogonales
   - de même on pourra montrer que (AC) et (BD) sont orthogonales
   - aussi pour les droites (AD) et (BC)